

Közelítő és szimbolikus számítások II.

levelező tagozat

MINTADOLGOZAT

Elméleti rész

- Definiálja az alábbi fogalmakat:
 - szigorúan normált lineáris tér (2 pont)
 - Csebisev-norma (2 pont)
 - Haar-tér (2 pont)
 - ortogonális polinomrendszer (2 pont)
 - Gauss-féle kvadratúraformula (2 pont)
- Írja le
 - a Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség euklideszi térbeli alakját (5 pont)
 - a QR-algoritmus konvergenciatételét. (5 pont)
- Bizonyítsa be, hogy minden $\omega > 0$ relaxációs paraméter esetén $|1 - \omega| \leq \rho(B_{S(\omega)})$. (10 pont)
- Válaszoljon az alábbi kérdésekre.
 - Hogyan néz ki egy Hermite-Fejér-féle interpolációs feladat? (5 pont)
 - Gyakorlati szempontból mi a jelentőségük a relaxációs módszereknek? (5 pont)
 - Milyen előnyös tulajdonságai vannak a Newton-módszernek? (5 pont)
 - A hatvány-függvényrendszeren kívül milyen más Csebisev-féle függvényrendszert ismer? (5 pont)

Gyakorlati rész

- Határozza meg a Householder-algoritmussal az alábbi mátrix ortogonális-triangularis felbontását. (10 pont)

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- Közelítse az alábbi egyenletrendszer egyik gyökét az (1,1) kezdőértékből kiindulva a Newton-módszerrel 2 iterációs lépésen keresztül! (10 pont)

$$\begin{aligned} x^3 - 3xy^2 &= 1 \\ 3x^2y - y^3 &= 0 \end{aligned}$$

- Határozza meg az alábbi valós függvény szélsőérték helyeit és szélsőértékeit, amennyiben azok léteznek. (10 pont)

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$$

- Mutassa meg, hogy a $C[-1,1]$ tér nem szigorúan normált. (10 pont)
- Határozza meg az $y' = xy$ differenciálegyenletnek az $y(0)=1$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldását a Picard-féle módszerrel. (10 pont)