Fabejáró és kavics fabejáró automaták

Második rész

Muzamel Loránd

muzamel@inf.u-szeged.hu

Szegedi Tudományegyetem
Informatikai Tanszékcsoport
Számítástudomány Alapjai Tanszék
6701 Szeged Árpád tér 2.

2006. Február 13.

Tartalom

- Fogalmak és jelölések
- (Kavics) fabejáró automaták
- Legújabb eredmények
  - Felismerési kapacitás
  - Determinisztikus eset
  - Komplementer képzés
- Kavics fatranszformátorok

Fogalmak és jelölések

kétváltozós reláció: $\rho \subseteq H_1 \times H_2$

tranzitív lezárt: ρ^+

reflexív, tranzitív lezárt: ρ^*

ábécé: A $A = \{a, b, c\}$

A feletti szavak: A^*, üres szó: ε. $\varepsilon, a, aab, bbac \in A^*$

a w szó i-edik betűje: $w(i)$ $bbac(3) = a$

szavak feletti szavak: $A = \{ac; acc; ab; ac\}$. pld. $[ab; acc; ab; ac] \in A^*$, $[\,] \in A^*$

szavak hossza: $|[w_1; \ldots; w_k]| = k$

A feletti legfeljebb n hosszú szavak hossza: $A^{\leq n}$

Fogalmak és jelölések

rangolt ábécé: $(\Sigma, rank)$, ahol $rank : \Sigma \to \mathbb{N}$ $\Sigma = \{\sigma^{(2)}, \gamma^{(1)}, \alpha^{(0)}\}$

$maxrank(\Sigma) = max\{rank(\sigma) \mid \sigma \in \Sigma\}$

Σ feletti fák halmaza: T_Σ $\alpha \in T_\Sigma,\ \sigma(\gamma(\alpha), \alpha) \in T_\Sigma$

fanyelv: $L \subseteq T_\Sigma$

$\mathcal{C}$ komplementer osztálya: $co\text{-}\mathcal{C}$

felismerhető fanyelvek osztálya: REC

Fogalmak és jelölések

$t \in T_\Sigma$-beli csúcsok halmaza: $pos(t) \subseteq \{1, \ldots, maxrank(\Sigma)\}^*$

$pos(\sigma(\alpha, \gamma(\alpha))) = \{\varepsilon, 1, 2, 21\}$

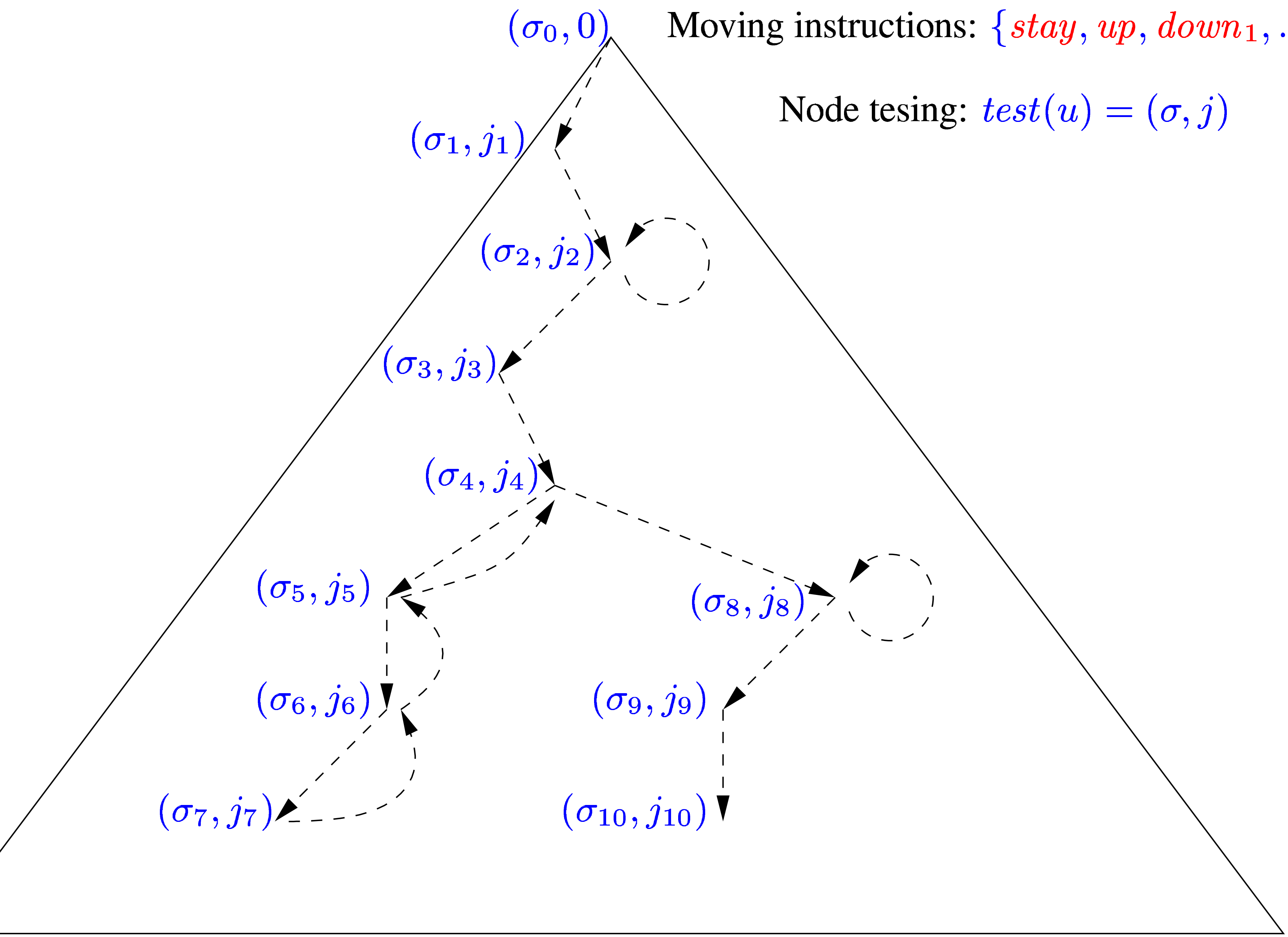
Let $u \in pos(t)$.

- $lab(t, u)$: $lab(\sigma(\alpha, \gamma(\alpha)), 2) = \gamma$
- $parent(u)$: $parent(12) = 1$, $parent(\varepsilon)$ nincs definiálva
- $childno(u)$: $childno(12) = 2$, $childno(\varepsilon) = 0$

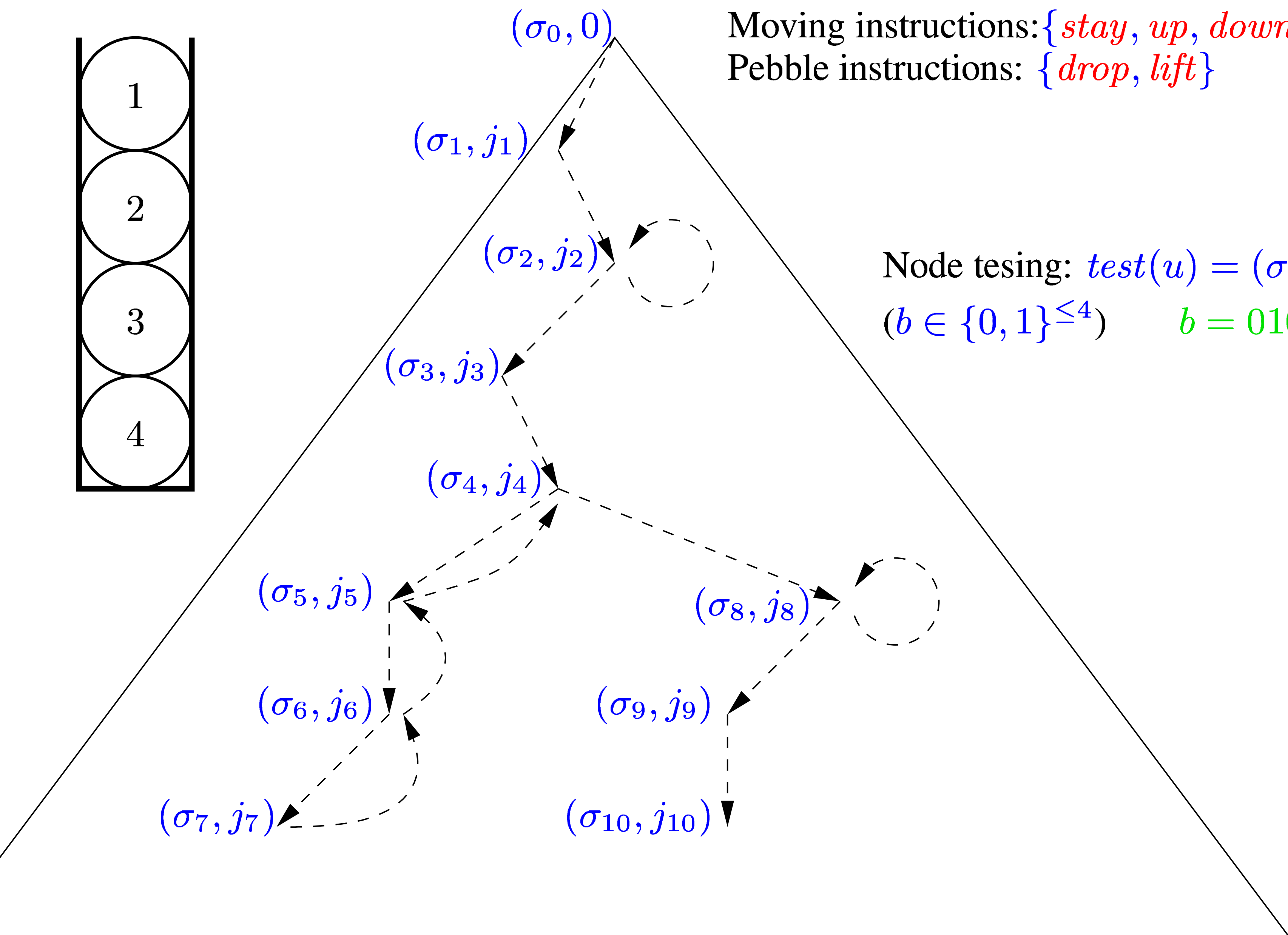
Fabejárás

Moving instructions: $\{stay, up, down_1, \ldots, down_d\}$

Node tesing: $test(u) = (\sigma, j)$



Kavics fabejárás



Moving instructions: $\{stay, up, down_1, \ldots, down_d\}$
Pebble instructions: $\{drop, lift\}$

Node tesing: $test(u) = (\sigma, b, j)$
$(b \in \{0,1\}^{\leq 4})$ $\quad b = 010$

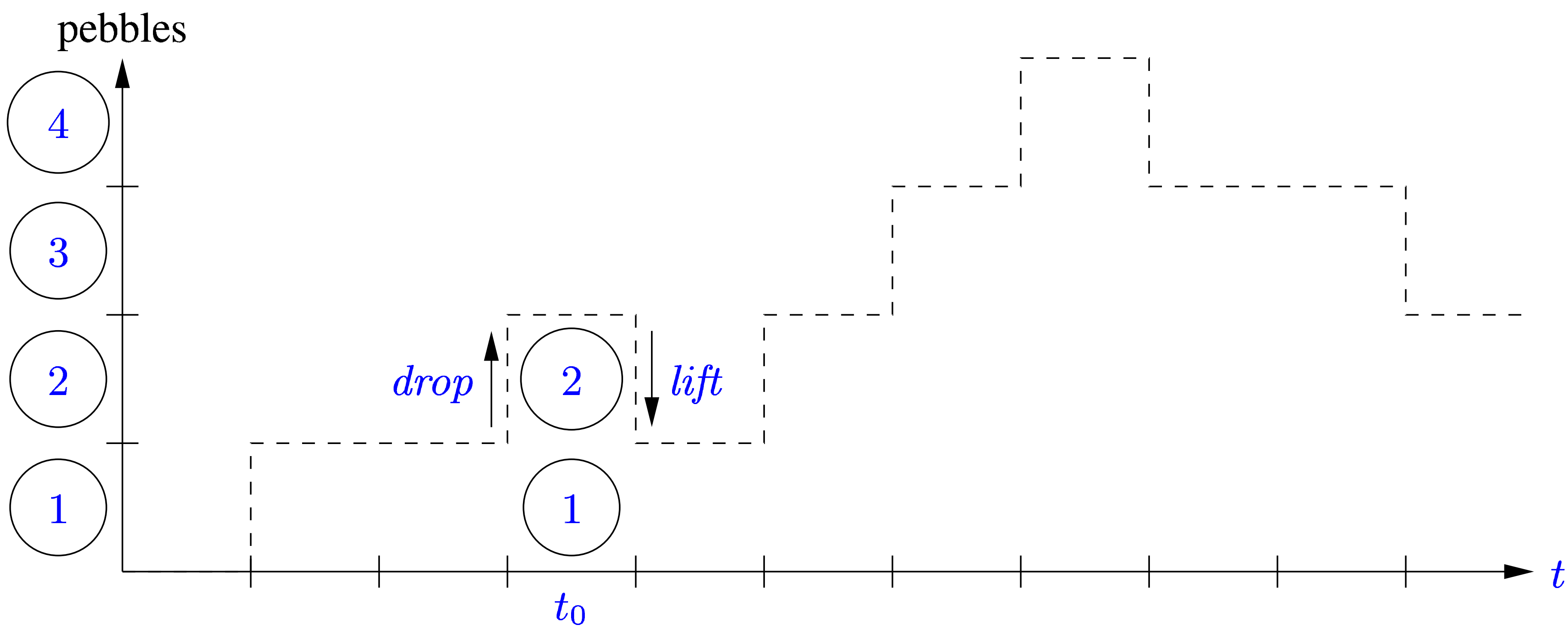
Kavics fabejárás

<u>Kavics lerakás:</u>

- mindig a verem tetejéről

<u>Kavics felvétel:</u>

- mindig a pointer által mutatott csúcsól
- mindig a legnagyobb számú kavicsot



Kavics fabejáró automaták [EH99]

szintaxis (n-kavics fabejáró automata): $A = (Q, \Sigma, q_0, q_{igen}, R)$

- Q állapotok halmaza
- Σ input ábécé
- $q_0 \in Q$ kezdőállapot
- $q_{igen} \notin Q$ a végállapot
- R szabályok véges halmaza

pl: $\langle q, \sigma, 010, j \rangle \to \langle q', down_2 \rangle$

speciális esetek:

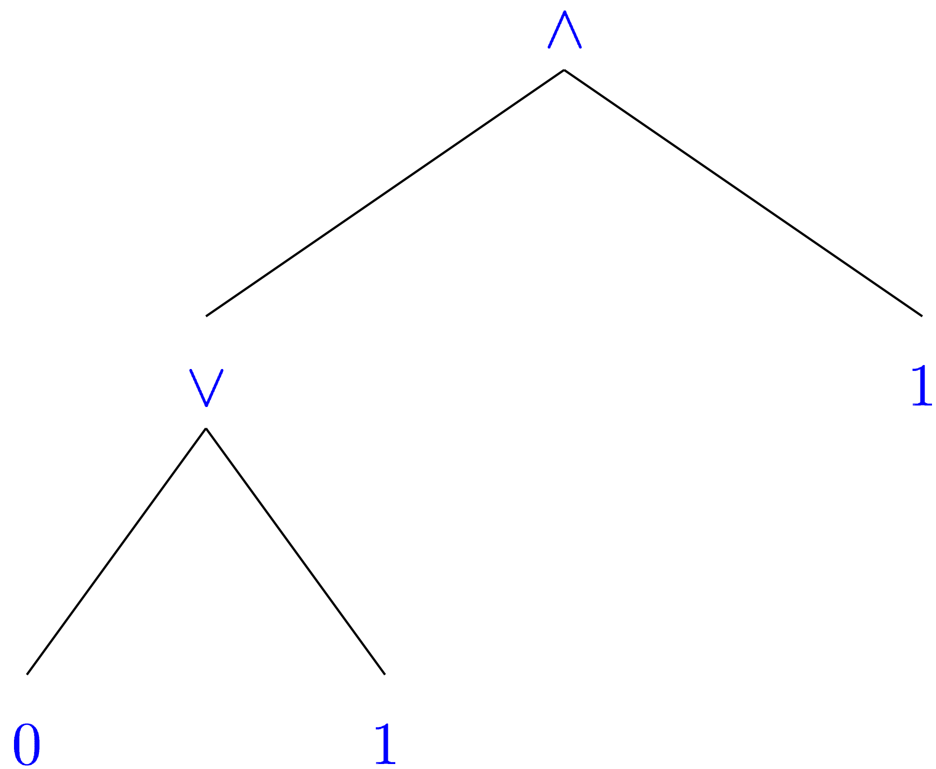
- A lehet determinisztikus
- A lehet fabejáró automata (0-kavics eset [AU71])

Kavics fabejáró automaták [EH99]

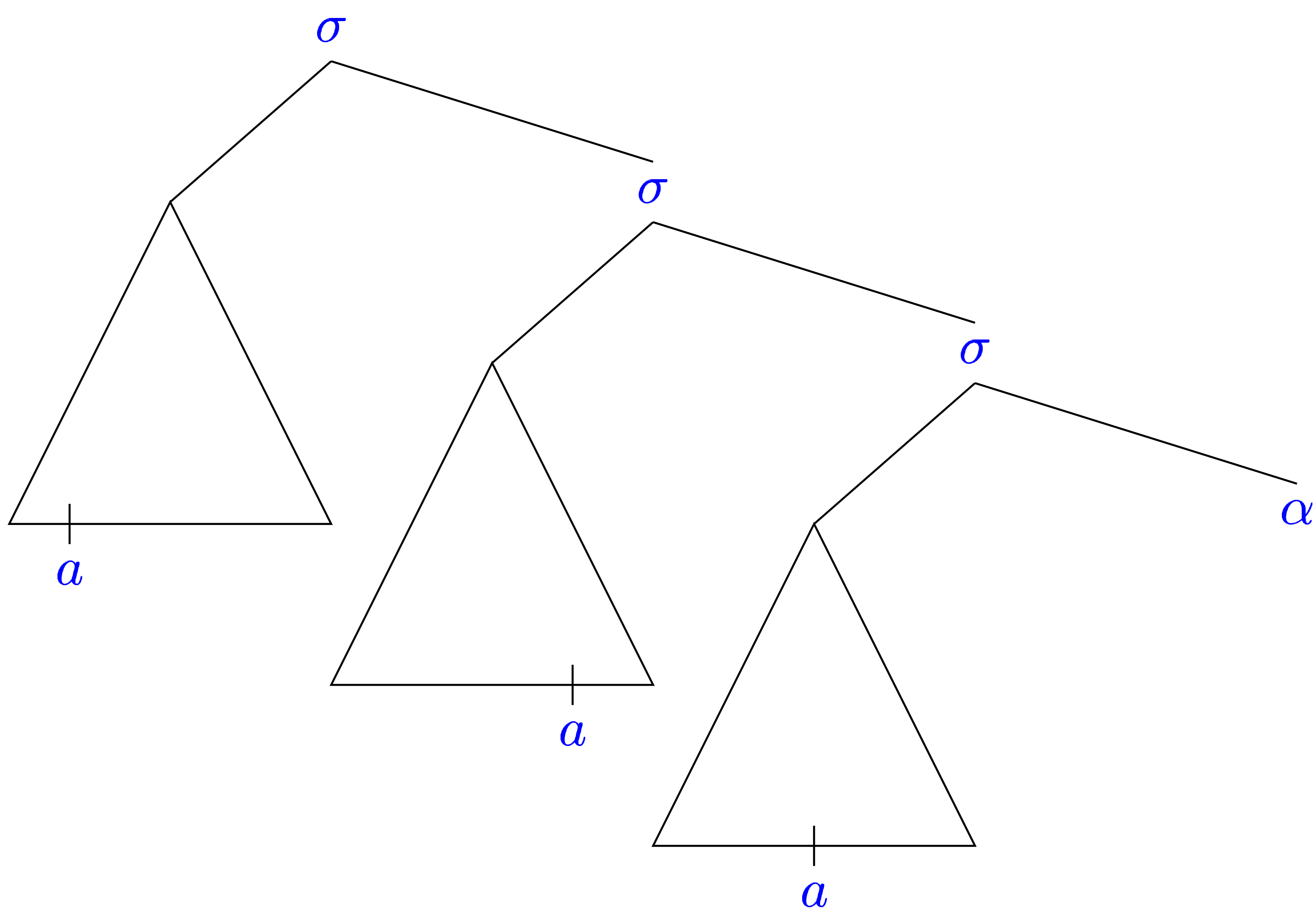
szemantika: (A kavics fabejáró automata, $s \in T_\Sigma$ egy input fa)

- konfiguráció: $\langle q, (u, [u_1, \ldots, u_k])\rangle$ ($\langle q, h\rangle$)
- konfigurációk halmaza: $C_{A,s}$
- átmeneti reláció: $\langle q, h\rangle \vdash_{A,s} \langle q', h'\rangle$
- A által felismert nyelv:
  $L(A) = \{s \in T_\Sigma \mid \langle q_0, (\varepsilon, [\,])\rangle \vdash^*_{A,s} \langle q_{igen}, (\varepsilon, [\,])\rangle\}$
- nyelvosztályok: n-$PTWA$, n-$dPTWA$, TWA, $dTWA$

Kavics fabejáró automaták [EH99]



Kavics fabejáró automaták [EH99]

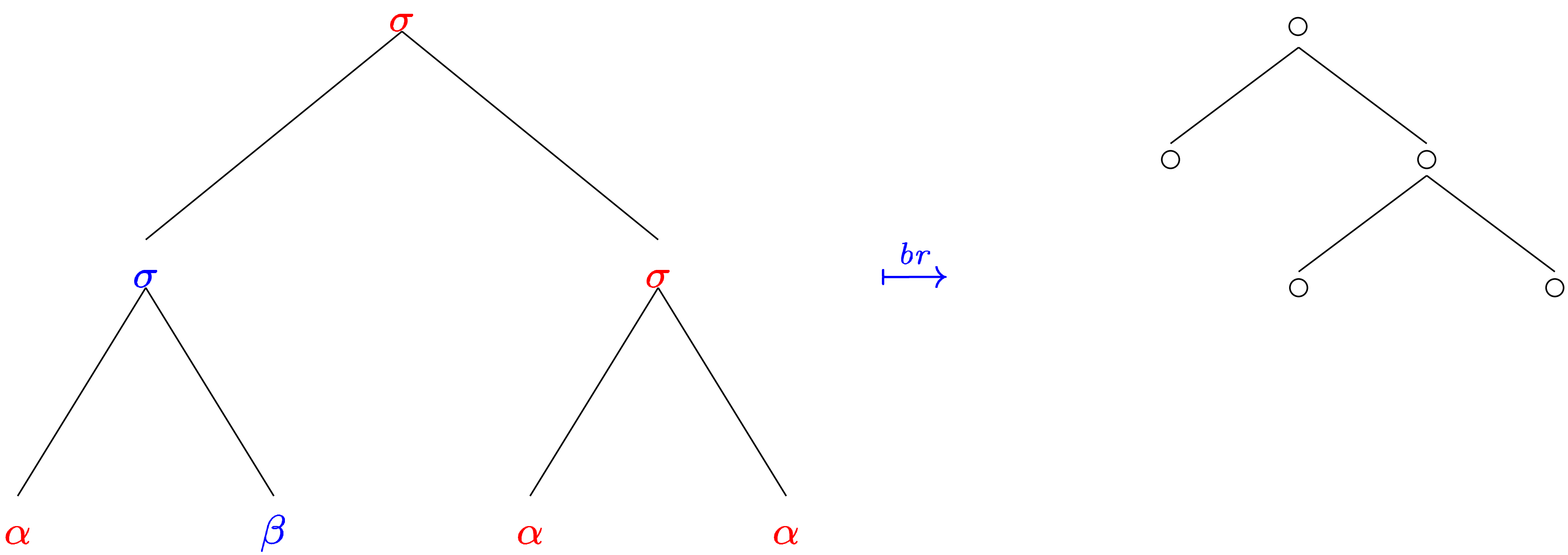


Főbb kérdések

- Fel lehet-e fabejáró automatával ismertetni minden reguláris fanyelvet?
- Lehet-e a fabejáró automatákat determinizálni?
- Zártak-e a fabejáró automaták által felismerhető nyelvek a komplementerképzésre?

Legújabb eredmények (felismerés)

Tétel [BC05]: $TWA \subsetneq REC$.



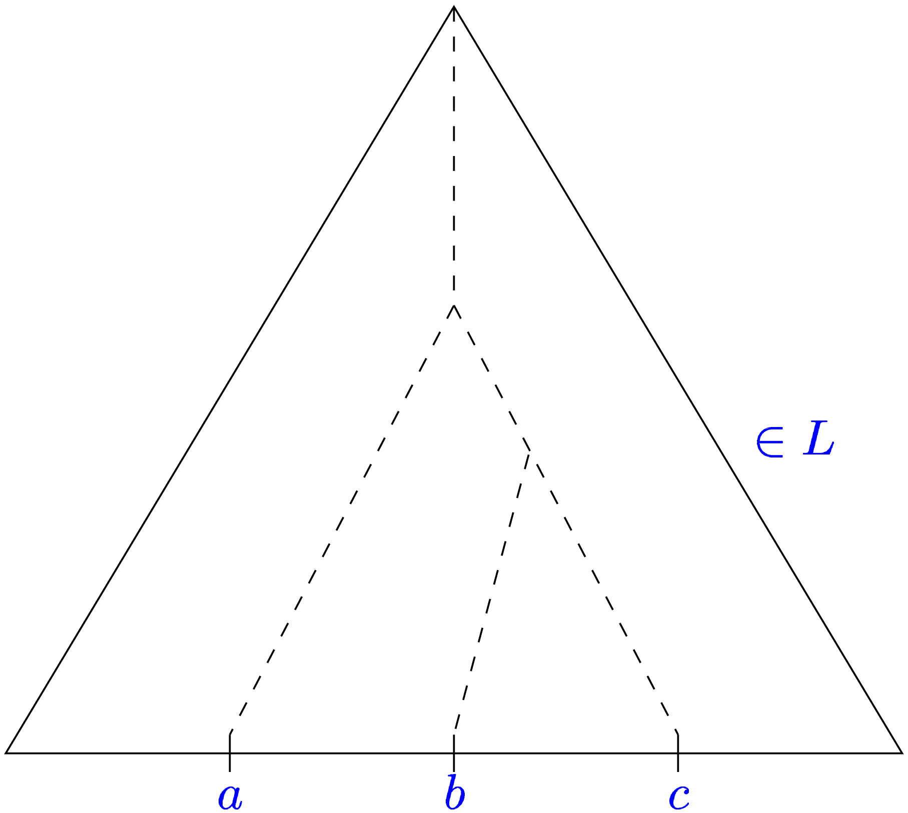
$s \in L \quad \Longleftrightarrow \quad br(s)$-ben minden gyökérből levélbe vezető út páros hosszú

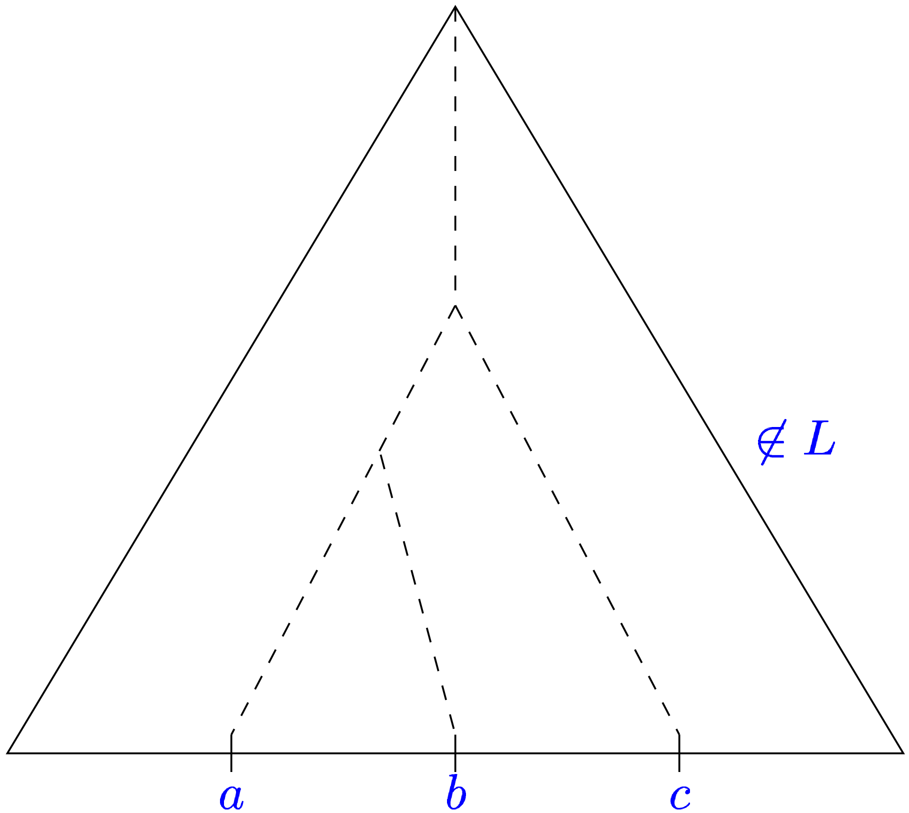
Állítás: L reguláris, de nem ismerhető fel fabejáró automatával.

Következmény [EH05]: $TWA \subsetneq 2\text{-}PTWA$

Legújabb eredmények (felismerés)

Tétel [BC04]: $dTWA \subsetneq TWA$.





Állítás: L felismerhető nemdeterminisztikus fabejáró automatával, de nem ismerhető fel determinisztikussal.

Következmény: $dTWA \subsetneq 1\text{-}dPTWA$.

Cirkularitás

Definíció: Legyen $A = (Q, \Sigma, q_0, q_{igen}, R)$ egy n-kavics fabejáró automata. A *cirkuláris*, ha van olyan $s \in T_\Sigma$ input fa, $\langle q, h \rangle \in C_{A,s}$ konfiguráció, hogy

$$\langle q_0, (\varepsilon, [\,]) \rangle \Rightarrow^*_{A,s} \langle q, h \rangle \Rightarrow^+_{A,s} \langle q, h \rangle$$

Ellenkező esetben A *nemcirkuláris*.

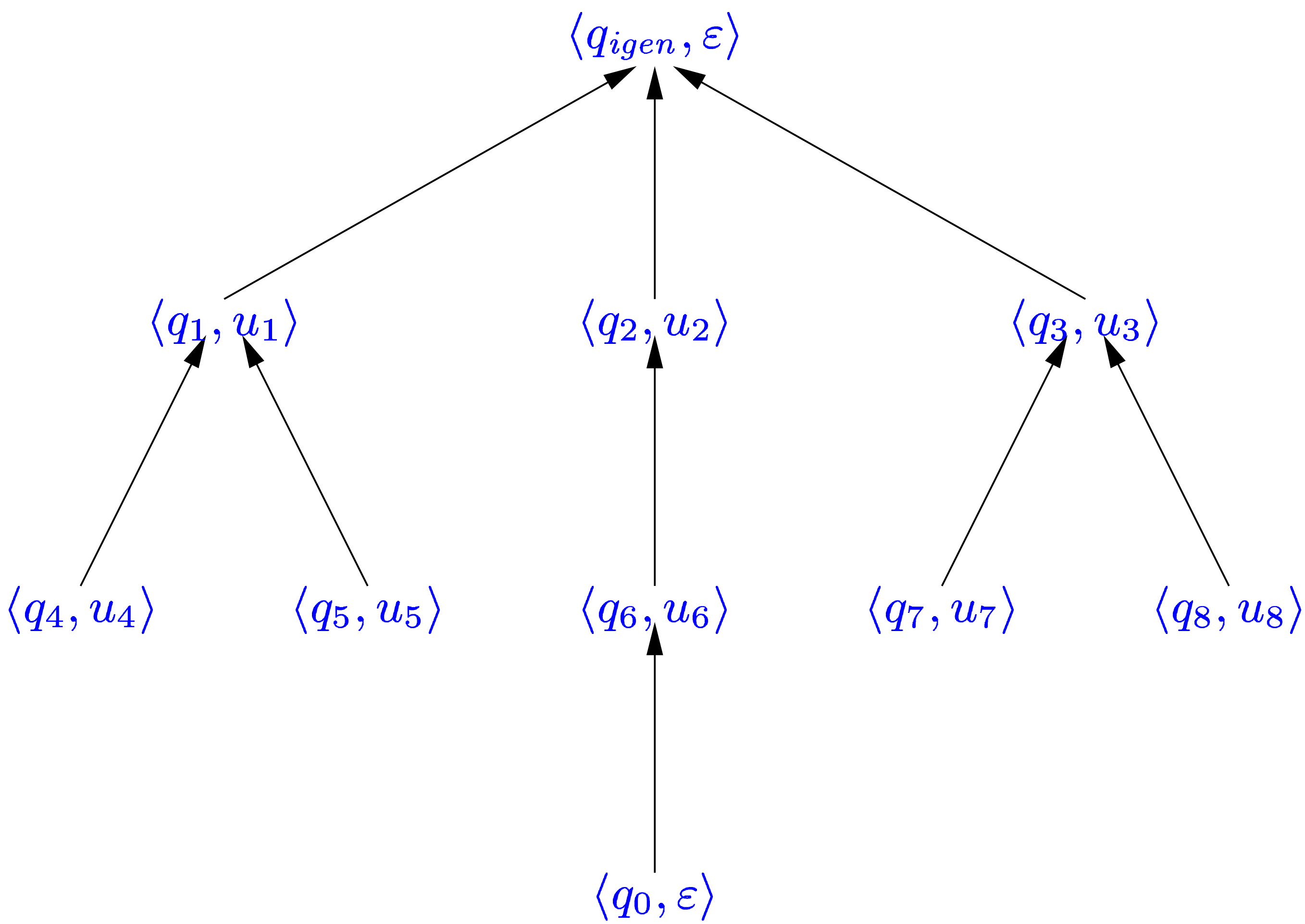
nyelvosztályok: TWA_{nc}, $dTWA_{nc}$, stb

Legújabb eredmények (komplementer képzés)

Tétel [MSS05]: $dTWA = co\text{-}dTWA$.

Állítás: $dTWA = dTWA_{nc}$.

A és s szerinti visszamutató konfigurációs gráf:



Legújabb eredmények (komplementer képzés)

az A és s szerinti visszamutató konfigurációs gráf tulajdonságai:

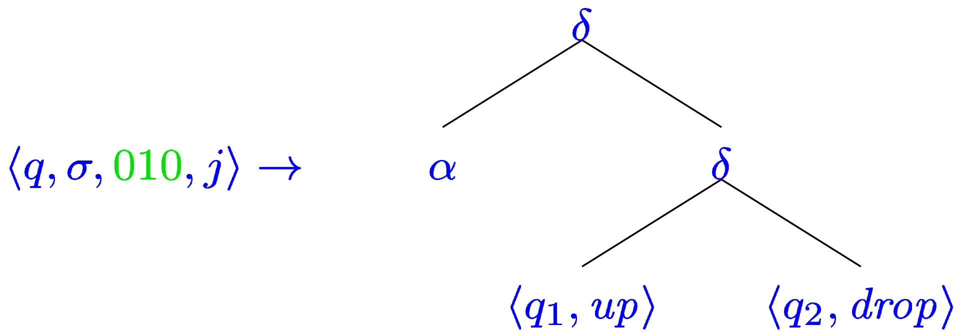
- mindig fa
- implicit módon adott
- $s \in L(A)$ akkor és csak akkor, ha a gráfban vezet út $\langle q_0, \varepsilon \rangle$-ból $\langle q_{igen}, \varepsilon \rangle$-ba

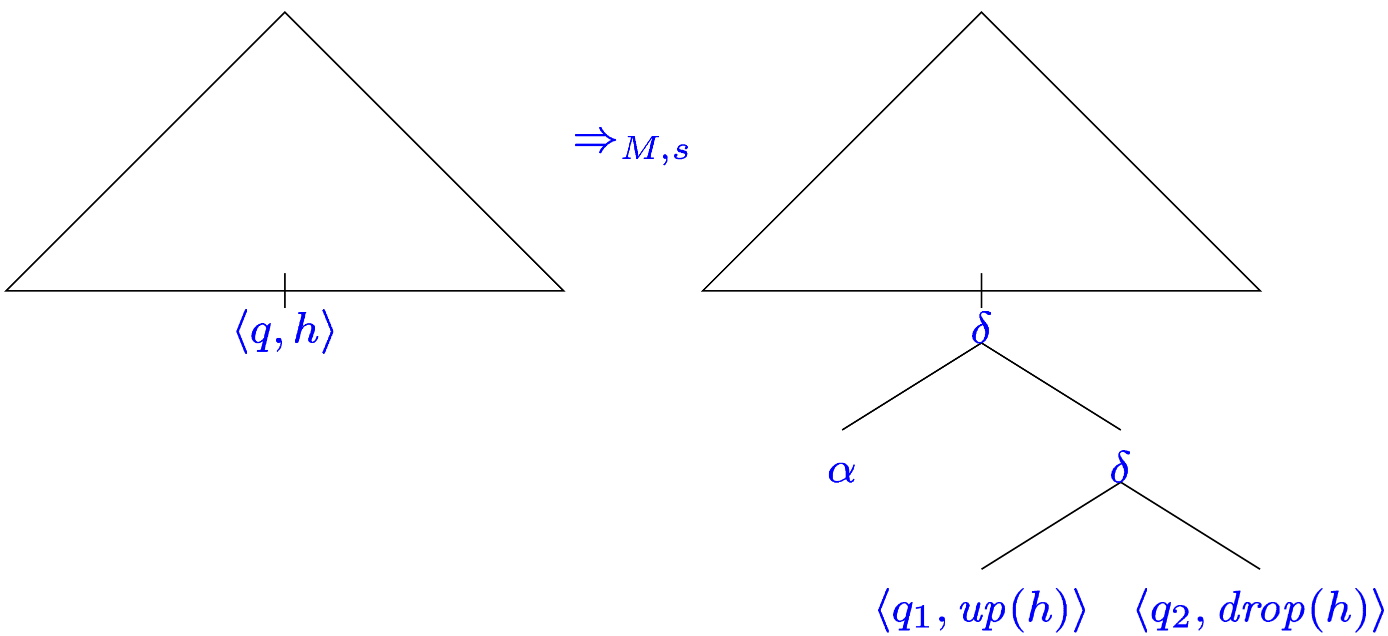
Megkonstruálhatunk olyan A' fabejáró automatát, amely a konfigurációs gráf $\langle q_{igen}, \varepsilon \rangle$ csúcsából kiindulva preorder módon megkeresi $\langle q_0, \varepsilon \rangle$-t.

A' nemcirkuláris és $L(A') = L(A)$.

Általánosabb eredmény: $n\text{-}dPTWA \subseteq (3n)\text{-}dPTWA_{nc}$

Kavics fatranszformátorok [EM03]





transzformációs osztály: n-PTT

Kavics fatranszformátorok [EM03]

$$
\begin{array}{c}
k\left\{\begin{array}{c} a \\ | \\ \vdots \\ | \\ a \end{array}\right. \\ | \\ e
\end{array}
\qquad \tau_M \qquad
\begin{array}{c}
\left.\begin{array}{c} a \\ | \\ a \\ | \\ \vdots \\ | \\ a \\ | \\ a \end{array}\right\} k^2 \\ | \\ e
\end{array}
$$

1 kavicsra szükség van.

Kavics fatranszformátorok [EM03]

Tétel [EM03]: $0\text{-}PTT \subsetneq 1\text{-}PTT \subsetneq 2\text{-}PTT \subsetneq \ldots$

Tétel [EM03]: $n\text{-}PTT \subseteq (0\text{-}PTT)^{n+1}$

References

[AU71] A. V. Aho and J. D. Ullman. Translations on a context–free grammar. *Inform. Control*, 19:439–475, 1971.

[BC04] Mikolaj Bojanczyk and Thomas Colcombet. Tree-walking automata cannot be determinized. In *Proceedings of the 31st International Conference on Automata, Languages, and Programming*, pages 246–256. Springer-Verlag, 2004.

[BC05] Mikolaj Bojanczyk and Thomas Colcombet. Tree-walking automata do not recognize all regular languages. In *STOC '05: Proceedings of the thirty-seventh annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 234–243, New York, NY, USA, 2005. ACM Press.

[EH99] Joost Engelfriet and Hendrik Jan Hoogeboom. Tree-walking pebble automata. In *Jewels are Forever, Contributions on Theoretical Computer Science in Honor of Arto Salomaa*, pages 72–83, London, UK, 1999. Springer-Verlag.

[EH05] J. Engelfriet and Hendrik Jan Hoogeboom. Automata with nested pebbles capture first-order logic with transitive closure. Technical Report 05-02, Leiden University, The Netherlands, April 2005.

[EM03] J. Engelfriet and S. Maneth. A Comparison of Pebble Tree Transducers with Macro Tree Transducers. *Acta Informatica*, 39:613–698, 2003.

[MSS05] Anca Muscholl, Mathias Samualides, and Luc Segoufin. Complementing deterministic tree-walking automata. *To appear in IPL*, 2005.